

三年級試題

已知 $40 \times 30 = 1200$ ，請問 $40 \times 32 = ?$

- ① 1232 ② 1260 ③ 1264 ④ 1280

	(1)	(2)	(3)	(4)	
選項率	.20	.12	.06	<u>.61</u>	三年級
低分組	.33	.19	.12	.33	
高分組	.04	.05	.02	.89	
選項率	.02	.01	.01	<u>.96</u>	四年級
低分組	.06	.03	.02	.90	
高分組	.01	.00	.00	.99	

$$786 \times 300 = 235800$$

$$786 \times 299 = (\quad) \Rightarrow 235800 - 786$$

$$786 \times 301 = (\quad) \Rightarrow 235800 + 786$$

$$786 \times 303 = (\quad) \Rightarrow 235800 + 2358$$

三年級試題

視聽教室一排有 9 個座位，102 位學生坐進視聽教室後還有 6 個座位是空的，請問視聽教室中有幾排座位？

- ① 9 排 ② 11 排 ③ 12 排 ④ 15 排

	(1)	(2)	(3)	(4)	
選項率	.10	.31	.42	.14	三年級
低分組	.18	.32	.22	.24	
高分組	.03	.20	.70	.05	
選項率	.04	.21	.66	.08	四年級
低分組	.10	.33	.36	.18	
高分組	.01	.08	.91	.01	

兩步驟問題錯誤率較高？

① 學生算出一步驟後，就停止解題。

② 學生誤解題意

分段布題：

布題一：鉛筆一枝 12 元，甲先買了 5 枝，花了多少元？用算式把做法記下來。

$$12 \times 5 = 60, \text{ 答：花了 60 元}$$

布題二：甲買鉛筆花了 60 元，再買了 20 元的橡皮擦，共花多少元？

用算式把做法記下來。

$$60 + 20 = 80, \text{ 答：共花了 80 元}$$

布題三：回到原問題：

鉛筆一枝 12 元，甲先買了 5 枝，再買了 20 元的橡皮擦，共花多少元？用二個算式把做法記下來

$$\text{先算：} 12 \times 5 = 60$$

$$\text{再算：} 60 + 20 = 80$$

$$\text{答：共花了 80 元}$$

分段解題：

鉛筆一枝 12 元，甲先買了 5 枝，再買了 20 元的橡皮擦，共花了多少元？

用二個算式把做法記下來，

先算：鉛筆一枝 12 元，甲買了 5 枝，花了多少元

再算：甲再買了 20 元的橡皮擦，共花了多少元？

一次布題：

鉛筆一枝 12 元，甲先買了 5 枝，再買了 20 元的橡皮擦，共花了多少元？

用二個算式把做法記下來，

先算：

再算：

併式紀錄：

$$\text{先算：} 12 \times 5 = 60$$

$$\text{再算：} 60 + 20 = 80 \Rightarrow (12 \times 5) + 20 = 80$$

$$\Rightarrow 12 \times 5 + 20 = 80$$

首次引入併式， 12×5 要加上小括號嗎？

$$\text{先算：} 20 + 40 = 60$$

$$\text{再算：} 90 - 60 = 30 \Rightarrow 90 - (20 + 40) = 30$$

學生無法知道，何時要用小括號，
何時不要用小括號。

先用小括號溝通先算的部份。

再用「先乘除後加減」及「由左往右算」
的約定，省略小括號的記法。

鉛筆一枝 12 元，甲先買了 5 枝，
再買了 20 元的橡皮擦，共花多少元？

用算式把做法記下來

$$(12 \times 5) + 20 = 80$$

用算式填充題把問題記下來？

$$(12 \times 5) + 20 = (\quad)$$

誰應該先引入？

數學上都先引入完整的記法，
再引入有未知數符號的記法。

$$5 + 3 = 8 \Rightarrow 5 + 3 = (\quad)、5 + (\quad) = 8$$

鉛筆一枝 12 元，甲先買了 5 枝，
再買了 20 元的橡皮擦，共花多少元？

先列式，

再用逐次減項的記法把做法記下來

$$(12 \times 5) + 20 = (\quad)$$

$$(12 \times 5) + 20$$

$$= 60 + 20$$

$$= 80$$

(一)用兩個算式記錄解題活動

$$12 \times 5 = 60, 60 + 20 = 80$$

答：共花 80 元

(二)將兩個算式改記成併式的記法

$$12 \times 5 = 60, 60 + 20 = 80$$



$$(12 \times 5) + 20 = 80$$

(三)用併式記錄解題活動

$$(12 \times 5) + 20 = 80$$

答：共花 80 元

(四)用算式填充題來列式

$$12 \times 5 + 20 = (\quad)$$

(五)先列式，再用逐次減項記錄解題活動

$$12 \times 5 + 20 = (\quad)$$

$$12 \times 5 + 20$$

$$= 60 + 20$$

$$= 80$$

答：共花 80 元

三年級試題

一條綵帶長 20 公分。

甲剪了 $\frac{1}{2}$ 條，乙剪了 $\frac{1}{4}$ 條，丙剪了 $\frac{1}{5}$ 條

誰剪的綵帶最長？

- ① 甲 ② 乙 ③ 丙 ④ 一樣長

	(1)	(2)	(3)	(4)	
選項率	.49	.04	.25	.20	三年級
低分組	.19	.10	.43	.24	
高分組	.86	.00	.05	.09	
選項率	.65	.03	.19	.13	四年級
低分組	.28	.06	.41	.23	
高分組	.94	.01	.02	.03	

選 ③ 的學生： 整體 25% \Rightarrow 19%

低分組 43% \Rightarrow 41%

三年級試題

9 公分和 30 毫米接起來長多少公分？

- ① 12 公分 ② 39 公分
③ 930 公分 ④ 9030 公分

	(1)	(2)	(3)	(4)	
選項率	.49	.11	.31	.07	三年級
低分組	.15	.22	.46	.12	
高分組	.87	.01	.09	.02	
選項率	.55	.09	.23	.11	四年級
低分組	.19	.21	.37	.21	
高分組	.90	.02	.06	.02	

選③：31% \Rightarrow 23%

選④：7% \Rightarrow 12% (低分組：12% \Rightarrow 21%)

公制單位 VS 民間單位 VS 常用單位

公制單位有什麼好處 ⇨ 值得推廣嗎？

民間單位有什麼缺點 ⇨ 必須消滅嗎？

常用單位 ⇨ 經常使用的單位

公制單位的好處：

① 全世界通用 ⇨ 好像沒有成功

② 十進位 ⇨ 和印—阿記數系統一致

③ 只有一套描述用語(前綴)

長度單位：

公里、公引、公丈、公尺、公寸、公分、公厘

Km 、 hm 、 dam 、 m 、 dm 、 cm 、 mm

千米、百米、十米、米、分米、釐米、毫米

你喜歡哪一種長度單位？為什麼？

容量單位：

公秉、公石、公斗、公升、公合、公勺、公撮

Kl 、 hl 、 dal 、 l 、 dl 、 cl 、 ml

千公升、百公升、十公升、公升、分公升、釐公升、毫公升

你喜歡哪一種容量單位？為什麼？

一些較常使用的前綴

十億：

百萬：m (mega)

千：k (kilo)

百：h (hecto)

十：da (deta)

分：d (deci)

釐：c (centi)

毫：m (milli)

絲、忽

微： μ (-6 次方) (mirco)

奈：n (-9 次方) (nano)

ppm：百萬分之一

ppb：十億分之一

常用單位： 三位一撇 VS 四位一撇

長度單位：公里、公尺、公分、毫米(公厘)

重量單位：公噸、公斤、公克

容量單位：公秉、公升、毫公升(公撮)

台斤、坪、甲等單位，也是常用單位。

1 公畝 = () 平方公尺

1 公頃 = () 平方公尺

為何不易記憶大單位的面積？

大單位的面積

邊長 1 公分的正方形 ⇨ 面積 1 平方公分

邊長 1 公尺的正方形 ⇨ 面積 1 平方公尺



邊長 1 公里的正方形 ⇨ 面積 1 平方公里

(一) 邊長 10 公尺的正方形 ⇨ 面積 1 公畝

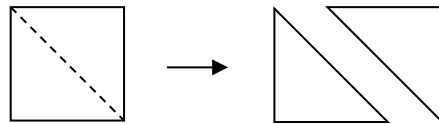
邊長 100 公尺的正方形 ⇨ 面積 1 公頃

(二) 100 平方公尺 = 1 公畝

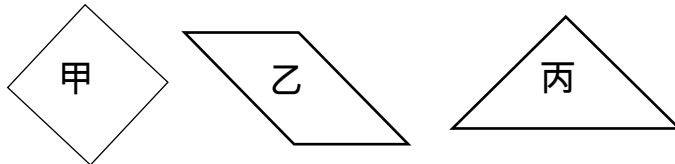
10000 平方公尺 = 1 公頃

三年級試題

真真把3張一樣大的正方形色紙，都對摺成三角形後剪開，剪開後共有6個三角形。



接著，真真先用2個三角形拼出甲圖形，再用2個三角形拼出乙圖形，最後用2個三角形拼出丙圖形。



請問哪一個圖形的面積最大？

- ①一樣大 ②甲 ③乙 ④丙

	(1)	(2)	(3)	(4)	
選項率	.77	.06	.08	.08	三年級
低分組	.51	.13	.18	.17	
高分組	.97	.01	.01	.01	
選項率	.79	.08	.07	.06	四年級
低分組	.51	.18	.15	.13	
高分組	.98	.01	.01	.00	

保留概念：

物體的性質不受下列因素影響：

- ①不受時間影響
- ②不受擺放位置影響
- ③不受變形影響
- ④不受切割重組影響

學生必須掌握保留概念，才能進行間接比較

將長 100 公尺、寬 1 公分、厚 0.01 公分的皮捲尺捲成圓柱形

①柱高是多少公分？

半徑是多少公分？

②底面積是多少平方公分？

③體積是多少立方公分？

四年級試題

$$25 + 15 \div 5 = \text{甲}, 20 - (5 \times 3) = \text{乙}。$$

請問下列敘述何者正確？

① 甲 = 28, 乙 = 5 ② 甲 = 28, 乙 = 45

③ 甲 = 8, 乙 = 5 ④ 甲 = 8, 乙 = 45

	(1)	(2)	(3)	(4)	
選項率	.58	.05	.30	.04	四年級
低分組	.37	.14	.35	.11	
高分組	.79	.00	.20	.00	
選項率	.70	.02	.27	.01	五年級
低分組	.41	.06	.50	.02	
高分組	.91	.00	.09	.00	

選①：58% \Rightarrow 70% (高分組：79% \Rightarrow 91%)

選③：30% \Rightarrow 27% (低分組：35% \Rightarrow 50%)

(高分組：20% \Rightarrow 9%)

◎運算次序

教材安排順序有二種基本模式：

- ①學科邏輯：由最基礎的概念開始學習
 - ②認知發展：由最具體常見的事物開始引入
- 哪種教學順序適用於國小？
- 哪種教學順序適用於高中？

玫瑰花的教學順序

- ①細胞 ⇨ 根、莖、葉 ⇨ 玫瑰花
- ②玫瑰花 ⇨ 根、莖、葉 ⇨ 細胞

點、線、面、體的教學順序

- ①點 ⇨ 線 ⇨ 面 ⇨ 體
- ②立體形體 ⇨ 平面圖形 ⇨ 邊 ⇨ 頂點

$$29 - 48 \div 3 \times 4 + (3 \times 4 - 7) = ?$$

請說明運算次序的約定

運算次序的約定

①括號的部份要先算。

②沒有括號時：

算式中加、減，乘、除都有時，要先算
乘，除的部份。

③沒有括號時：

算式中都是乘、除時，要由左往右算，
算式中都是加、減時，也由左往右算。

◎四年級：兩步驟問題

- ①括號先算
- ②先乘除後加減
- ③由左往右算

只用到其中一個約定

(1)括號的部份要先算。

(2)沒有括號的時候：

- ①算式中加、減，乘、除都有時，
要先算乘、除的部份。

簡稱為先乘除後加減

- ②算式中都是乘除時，要由左往右算，
算式中都是加減時，也要由左往右算。

簡稱為由左往右算

括號先算： $13 - (2 + 5) = 13 - 7 = 6$

$$7 \times (5 - 2) = 7 \times 3 = 21$$

先乘除後加減： $5 + 3 \times 4 = 5 + 12 = 17$

$$12 - 6 \div 2 = 12 - 3 = 9$$

$$5 \times 6 + 2 = 30 + 2 = 32$$

$$60 \div 2 - 9 = 30 - 9 = 21$$

由左往右算： $12 + 3 - 5 = 15 - 5 = 10$

$$12 \div 3 \times 2 = 4 \times 2 = 8$$

常見的迷思概念： $12 \div 3 \times 2 = 12 \div 6 = 2$

學生為什麼會產生迷思概念？

◎五年級：三步驟～多步驟問題

- ①括號先算
- ②先乘除後加減
- ③由左往右算

只要知道第一步算什麼，
剩下的就是兩步驟問題。

(1)括號的部份要先算。

(2)沒有括號的時候：

- ①算式中加、減，乘、除都有時，
要先算乘、除的部份。

簡稱為先乘除後加減

- ②算式中都是乘除時，要由左往右算，
算式中都是加減時，也要由左往右算。

簡稱為由左往右算

括號先算，再先乘除後加減：

$$21 + (2 + 5) \times 2 = 21 + 7 \times 2$$

$$42 - 3 \times (7 - 2) = 42 - 3 \times 5$$

括號先算，再由左往右算：

$$21 - (3 + 5) - 2 = 21 - 8 - 2$$

$$12 - 3 - (2 + 5) = 12 - 3 - 7$$

先乘除後加減，再由左往右算：

$$12 + 3 \times 5 - 4 = 12 + 15 - 4$$

$$12 - 3 + 12 \div 2 = 12 - 3 + 6$$

$$12 + 48 \div 2 \times 3 = 12 + 24 \times 3$$

由左往右算：

$$39 + 23 - 13 - 6 = 62 - 13 - 6$$

$$48 \div 2 \times 3 \div 4 = 24 \times 3 \div 4$$

$$(2 \times 3) + 7$$

$$= 6 + 7$$

$$= 13$$

$$(2 \times 3) + 7$$

$$= 6 + 7$$

$$= 13$$

$$(30 \div 3) - 7$$

$$= 10 - 7$$

$$= 3$$

$$30 \div 3 - 7$$

$$= 10 - 7$$

$$= 3$$

$$20 - (3 \times 4)$$

$$= 20 - 12$$

$$= 8$$

$$20 - (3 \times 4)$$

$$= 20 - 12$$

$$= 8$$

沒有括號的時候：

算式中加、減，乘、除都有時，
要先算乘、除的部份。

簡稱為先乘除後加減

$$(11-3)+5$$

$$=8+5$$

$$=13$$

$$11-3+5$$

$$=8+5$$

$$=13$$

$$(21\div3)\times5$$

$$=7\times5$$

$$=35$$

$$21\div3\times5$$

$$=7\times5$$

$$=35$$

沒有括號的時候：

算式中都是乘除時，要由左往右算，

算式中都是加減時，也要由左往右算。

簡稱為由左往右算

運算次序 vs 運算性質

$$25 \times 17 \times 8 = (\quad)$$

運算次序： $25 \times 17 \times 8 \Rightarrow (25 \times 17) \times 8$

教學重點：先算什麼，後算什麼

運算性質： $25 \times 17 \times 8 \Rightarrow (25 \times 8) \times 17$

教學重點：利用乘法交換律與
結合律簡化計算

四年級試題

一瓶汽水 5 公升，小明將 7 瓶汽水全部平分給 5 個人，請問每個人分到多少汽水？

- ① $\frac{7}{5}$ 瓶 ② $\frac{5}{7}$ 瓶 ③ $\frac{7}{5}$ 公升 ④ $\frac{5}{7}$ 公升

	(1)	(2)	(3)	(4)	
選項率	.29	.27	.23	.16	四年級
低分組	.19	.31	.23	.21	
高分組	.49	.17	.23	.09	
選項率	.39	.25	.22	.14	五年級
低分組	.20	.37	.19	.22	
高分組	.65	.12	.18	.05	

選①：29% \Rightarrow 39% (低分組：19% \Rightarrow 20%)
(高分組：49% \Rightarrow 65%)

最後問的單位：

瓶 \Rightarrow 一瓶汽水 5 公升平分給 5 個人

公升 \Rightarrow 將 7 瓶汽水全部平分給 5 個人

分年細目	4-n-07：理解分數之「整數相除」的意涵。		
試題內容	一瓶果汁有 20 公升，將 1 瓶果汁全部平分給 5 人，每人可分得多少瓶？ ① 4 瓶 ② $\frac{5}{20}$ 瓶 ③ $\frac{1}{5}$ 瓶 ④ $\frac{20}{5}$ 瓶		
選答率 選項	答題反應比率（*表正確答案）		
	整體	低分組	高分組
1	0.20	0.29	0.11
2	0.35	<u>0.36</u>	<u>0.24</u>
3*	0.25	<u>0.15</u>	<u>0.42</u>
4	0.19	0.17	0.23
通過率	0.25	鑑別度	0.26

選答率 選項	答題反應比率（*表正確答案）		
	整體	低分組	高分組
1	0.20	0.24	0.11
2	0.34	<u>0.45</u>	<u>0.21</u>
3*	0.27	<u>0.14</u>	<u>0.49</u>
4	0.18	0.16	0.18
通過率	0.27	鑑別度	0.35

四年級試題

園遊會共進行 5 小時 40 分鐘，
下午 1 時 25 分結束，何時開始？

- ①下午 7 時 5 分 ②上午 4 時 15 分
③上午 7 時 45 分 ④ 上午 9 時 45 分

	(1)	(2)	(3)	(4)	
選項率	.10	.17	.61	.09	四年級
低分組	.18	.33	.29	.16	
高分組	.03	.03	.90	.04	
選項率	.08	.11	.74	.06	五年級
低分組	.14	.28	.42	.12	
高分組	.04	.00	.94	.02	

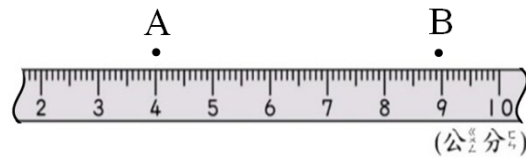
選③：61% ⇨ 74% (低分組：29% ⇨ 42%)
(高分組：90% ⇨ 94%)

媽媽上午 9 時 20 分出門買東西，
一直到下午 2 時 10 分才回家，
媽媽出門共經過多少時間？

- ① 2 小時 50 分鐘 ② 4 小時 50 分鐘
③ 7 小時 10 分鐘 ④ 11 小時 30 分鐘

	(1)	(2)	(3)	(4)	
選項率	.02	.78	.09	.10	四年級
低分組	.04	.45	.23	.26	
高分組	.01	.97	.01	.00	
選項率	.02	.72	.16	.09	五年級
低分組	.04	.35	.35	.25	
高分組	.02	.96	.01	.01	

如下圖，A、B 兩點的距離是多少公分？



- ①4 公分 ②5 公分 ③6 公分 ④9 公分

時間的加減：

(1)時間量的加減：

(2)時刻及時間的加減：

- ①兩時刻間經過多少時間。
- ②甲時刻經過某時間量後是什麼時刻。
- ③甲時刻在某時間量之前是什麼時刻。

哪種題型最困難？

四年級試題

2 公尺 30 公分 + 7100 公分 = 甲公尺乙公分

2 公斤 30 公克 + 7100 公克 = 丙公斤丁公克

請問下列敘述何者正確？

① 甲 = 73，乙 = 30，丙 = 73，丁 = 30

② 甲 = 9，乙 = 130，丙 = 9，丁 = 130

③ 甲 = 73，乙 = 30，丙 = 9，丁 = 130

④ 甲 = 9，乙 = 130，丙 = 73，丁 = 30

	(1)	(2)	(3)	(4)	
選項率	.18	.43	.27	.09	四年級
低分組	.21	.36	.18	.18	
高分組	.17	.31	.48	.03	
選項率	.24	.27	.42	.06	五年級
低分組	.25	.38	.20	.15	
高分組	.15	.11	.72	.01	

① 1 公尺 = 100 公分、1 公斤 = 100 公克

全體：18 ⇨ 24

低分組：21 ⇨ 25

高分組：17 ⇨ 15

② 1 公尺 = 1000 公分、1 公斤 = 1000 公克

全體：43 ⇨ 27

低分組：36 ⇨ 38

高分組：31 ⇨ 11

③ 1 公尺 = 100 公分、1 公斤 = 1000 公克

全體：27 ⇨ 42

低分組：18 ⇨ 20

高分組：48 ⇨ 72

④ 1 公尺 = 1000 公分、1 公斤 = 100 公克

全體：09 ⇨ 06

低分組：18 ⇨ 15

高分組：03 ⇨ 01

四年級試題

下列是甲、乙和丙三人對等腰直角三角形的說法？

甲說：只有兩條邊一樣長

乙說：只有兩個角一樣大

丙說：最大的角是直角

請問哪些人的說法正確？

① 甲和乙

② 甲和丙

③ 乙和丙

④ 三人都正確

	(1)	(2)	(3)	(4)	
選項率	.27	.16	.11	.45	四年級
低分組	.35	.22	.15	.24	
高分組	.14	.07	.07	.71	
選項率	.34	.15	.09	.42	五年級
低分組	.41	.22	.14	.20	
高分組	.23	.06	.04	.66	

選項①：27% ⇨ 34% (低分組：35% ⇨ 41%)
(高分組：14% ⇨ 23%)

等腰直角三角形：

等腰且直角的三角形

等腰直角三角形：

等腰 \Rightarrow 直角 (操作扣條)

直角 \Rightarrow 等腰 (繪圖)

五年級試題

算算看， $(20 - 12 \div 4) + 5 \times 6 = ?$

- ① 32 ② 42 ③ 47 ④ 132

	(1)	(2)	(3)	(4)	
選項率	.18	. <u>11</u>	<u>.64</u>	.05	五年級
低分組	.29	. <u>26</u>	.30	.10	
高分組	.06	. <u>01</u>	<u>.90</u>	.02	
選項率	<u>.17</u>	<u>.15</u>	<u>.60</u>	.09	六年級
低分組	<u>.25</u>	<u>.30</u>	<u>.32</u>	.12	
高分組	<u>.07</u>	<u>.03</u>	<u>.87</u>	.03	

① $(20 - 12 \div 4) + 5 \times 6 = 8 \div 4 + 30 = 2 + 30 = 32$

② $(20 - 12 \div 4) + 5 \times 6 = 8 \div 4 + 5 \times 6$ (11% \Rightarrow 15%)
 $= 2 + 5 \times 6 = 7 \times 6 = 42$

④ $(20 - 12 \div 4) + 5 \times 6 = 20 - 3 + 5 \times 6$ (5% \Rightarrow 9%)
 $= 17 + 5 \times 6 = 22 \times 6 = 132$

五年級試題

有二條一樣長的紙帶，小明將第 1 條紙帶平分成 6 份，在其中 4 份塗上顏色，將第 2 條紙帶平分成 4 份，在其中 3 份塗上顏色，請問這二條紙帶塗上顏色部分的長度相差多少條？

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{12}$ ④ $\frac{1}{24}$

	(1)	(2)	(3)	(4)	
選項率	.08	.20	.56	.15	五年級
低分組	.14	.26	.35	.22	
高分組	.03	.10	.80	.07	
選項率	.04	.18	.67	.09	六年級
低分組	.07	.30	.48	.15	
高分組	.02	.07	.87	.04	

◎評量重點：

- ①連續量情境分數的命名(三年級評量重點)。
- ②異分母的加減(五年級評量重點)。

五年級試題

下列四個小數，
哪個小數在數線上和 5.1 的距離最短？
①4.99 ②5.01 ③5.17 ④5.2

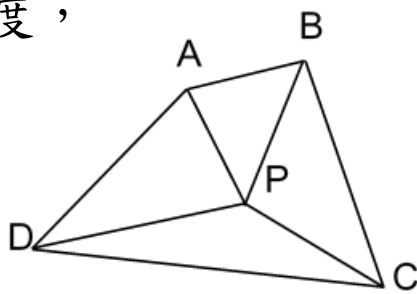
	(1)	(2)	(3)	(4)	
選項率	.25	.15	.35	.22	五年級
低分組	.27	.21	.14	.33	
高分組	.21	.09	.63	.07	
選項率	.21	.12	.47	.18	六年級
低分組	.27	.19	.21	.31	
高分組	.13	.06	.76	.05	

◎評量重點：

- ①小數的減法。
- ②小數數線。

五年級試題

如圖，三角形 PAB、三角形 PBC、三角形 PCD、三角形 PDA，這 4 個三角形角度的和是甲度，四邊形 ABCD 的角度和是乙度，請問甲和乙相差多少度？



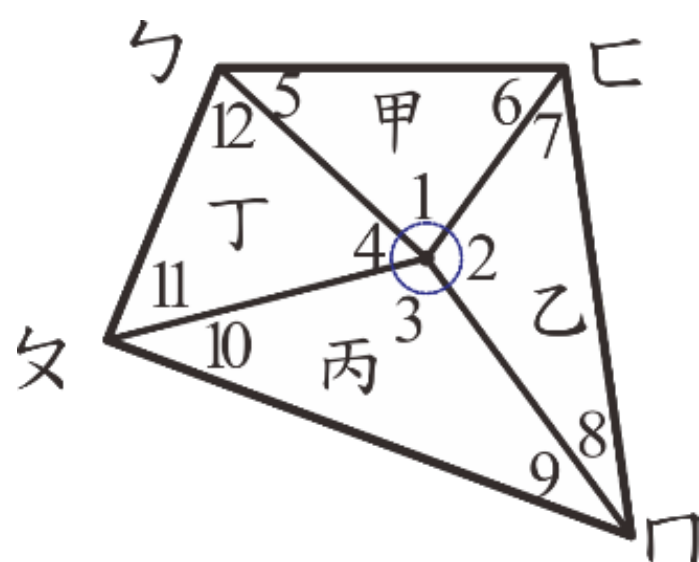
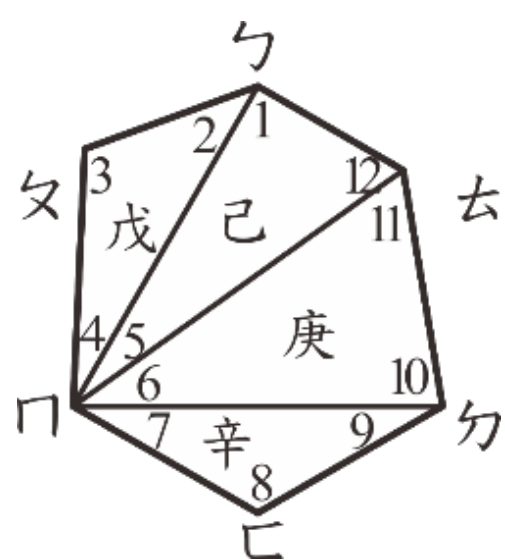
- ①0 ②90 ③180 ④360

	(1)	(2)	(3)	(4)	
選項率	.21	.23	.28	.26	五年級
低分組	.13	.33	.36	.13	
高分組	.23	.09	.19	.49	
選項率	.18	.16	.29	.36	六年級
低分組	.16	.30	.40	.11	
高分組	.14	.04	.17	.65	

全體：26% ⇨ 36%

低分組：13% ⇨ 11%

高分組：49% ⇨ 65%

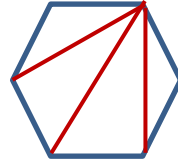
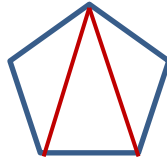
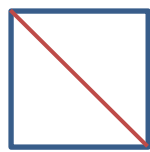


n 邊形內角和

$$4 \text{ 邊形} \Rightarrow 180 \times (4 - 2)$$

$$5 \text{ 邊形} \Rightarrow 180 \times (5 - 2)$$

$$6 \text{ 邊形} \Rightarrow 180 \times (6 - 2)$$



$$n \text{ 邊形} \Rightarrow 180 \times (n - 2) \quad n \text{ 是什麼?}$$

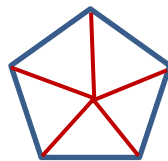
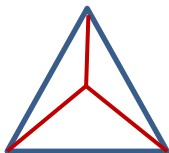
n 邊形內角和

$$3 \text{ 角形} \Rightarrow 180 \times 3 - 360 \Rightarrow 180 \times (3 - 2)$$

$$4 \text{ 邊形} \Rightarrow 180 \times 4 - 360 \Rightarrow 180 \times (4 - 2)$$

$$5 \text{ 邊形} \Rightarrow 180 \times 5 - 360 \Rightarrow 180 \times (5 - 2)$$

$$6 \text{ 邊形} \Rightarrow 180 \times 6 - 360 \Rightarrow 180 \times (6 - 2)$$



$$n \text{ 邊形} \Rightarrow 180 \times n - 360 \Rightarrow 180 \times (n - 2)$$

五年級試題

餐廳周年慶全面 8 折。

小明點了價錢是 800 元的 A 餐，
爸和媽都點了價錢是 600 元的 B 餐，
爸爸用下面哪種方式付錢最省錢？

甲方式：付 2000 元後再打 8 折。

乙方式：先付 800 元打 8 折，
再付 1200 元打八折。

丙方式：先付 800 元打 8 折，再付 600 元
打八折，最後再付 600 元打八折。

① 甲方式 ② 乙方式 ③ 丙方式 ④ 一樣省錢

	(1)	(2)	(3)	(4)	
選項率	.18	.12	<u>.32</u>	.37	五年級
低分組	.27	.18	.29	.21	
高分組	.08	.05	<u>.30</u>	.56	
選項率	.15	.10	<u>.21</u>	.53	六年級
低分組	.24	.16	.28	.30	
高分組	.05	.04	<u>.12</u>	.79	

六年級試題

甲 = $2 \times 2 \times 3 \times 5$ ，乙 = $3 \times 3 \times 5 \times 7$ ，

請問下列何者為甲和乙的最小公倍數？

① 3×5

② $2 \times 3 \times 5 \times 7$

③ $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$

④ $2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$

(1)

(2)

(3)

(4)

選項率 . .25 . .20 . .41 . 12

低分組 . 30 . .30 . 21 . 17

高分組 . .15 . .10 . 67 . 07

六年級

選項率 . .28 . .28 . .31 . 13

低分組 . 31 . .41 . 12 . 16

高分組 . .19 . .12 . 62 . 07

七年級

求 18 和 24 的(最大)公因數(六年級)

方法一：質因數分解法

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

用質因數分解的算式列出 18 及 24 的因數

18 的因數：1、2、3

2×3 、 3×3 \Rightarrow 教師提出

$$2 \times 3 \times 3$$

24 的因數：1、2、3

$$2 \times 2$$

$2 \times 2 \times 2$ 、 $2 \times 2 \times 3$ \Rightarrow 教師提出

$$2 \times 2 \times 2 \times 3$$

18 和 24 的公因數：1、2、3、 2×3

18 和 24 的最大公因數： 2×3

幫助學生察覺：公因數是最大公因數的因數

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

如何幫助學生列出所有的因數？

先分類，再窮盡

先分類：

① 分成 4 類：1、2、3、4 個因數的乘積

② 分成 5 類：將 1 單獨分成 1 類

再窮盡

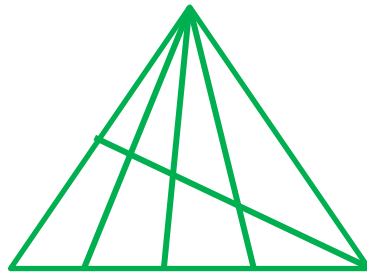
1、2、3

2×2 、 2×3

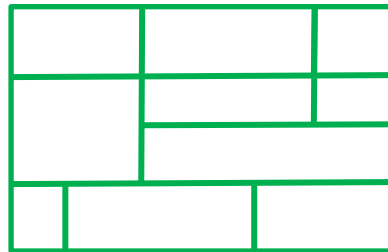
$2 \times 2 \times 2$ 、 $2 \times 2 \times 3$

$2 \times 2 \times 2 \times 3$

下圖中有幾個三角形？



下圖中有幾個長方形？



$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

18 和 24 的最大公因數： 2×3

你發現了什麼(代公式的想法)?

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

18 和 24 的最大公因數： 2×3

2×3 是 18 和 24 共同質因數的乘積

$$42 = 2 \times 3 \times 7,$$

$$56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7,$$

求 42 和 56 的最大公因數?

求 18 和 24 的(最大)公因數(六年級)

方法二：短除法

短除法是質因數分解法的速算法

質因數分解法：先將 18 和 24 質因數分解
才能找到最大公因數。

短除法：直接透過 12 和 18 求最大公因數

最大公因數是 18 和 24 共同質因數的乘積

$$2 \overline{) 18 \quad 24}$$

$$3 \overline{) 9 \quad 12}$$

$$3 \quad 4 \Rightarrow (3, 4) = 1$$

◎此時是引入互質的適當時機

①3 和 4 沒有共同的質因數，稱 3 和 4 互質

② $(3, 4) = 1$ ，稱 3 和 4 互質

何者是完美定義(well-defined)

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 18} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 9} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 12} \end{array}$$

3

$$4 \Rightarrow 4 = 2 \times 2$$

求 18 和 24 的(最小)公倍數(六年級)

方法一：質因數分解法

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

用質因數分解的算式列出 18 及 24

18：再乘上 2×2 就是 24 的倍數

$$18 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

教師說明

24：再乘上 3 就是 18 的倍數

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

教師說明

18 和 24 的最小公倍數： $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

18 和 24 的最小公倍數： $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$

你發現了什麼(代公式的想法)?

$$18 = \boxed{2 \times 3} \times 3$$

$$24 = 2 \times 2 \times \boxed{2 \times 3}$$

18 和 24 的最小公倍數： $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$

$2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$ 是「共同質因數乘積」和
「剩下質因數乘積」的乘積

$$42 = 2 \times 3 \times 7,$$

$$56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7,$$

求 42 和 56 的最小公倍數?

求 18 和 24 的(最小)公倍數(六年級)

方法二：短除法

短除法是質因數分解法的速算法

質因數分解法：必須先將 18 和 24 質因數分解，才能找到最大公因數

短除法：直接透過 18 和 24 求最小公倍數

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 18 \quad 24} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 9 \quad 12} \end{array}$$

$$3 \quad 4 \Rightarrow (3 \cdot 4) = 12$$

18 和 24 的最小公倍數： $2 \times 3 \times 3 \times 4$

六年級試題

計算「 $15 - 4\frac{2}{3} \times \frac{7}{11}$ 」的結果

會和下列那一個算式計算的結果相同？

① $(15 - 4) + (\frac{2}{3} \times \frac{7}{11})$

② $15 - 4 \times \frac{7}{11} - \frac{2}{3} \times \frac{7}{11}$

③ $15 - 4 \times \frac{7}{11} + \frac{2}{3} \times \frac{7}{11}$

④ $(15 - 4\frac{2}{3}) \times \frac{7}{11}$

	(1)	(2)	(3)	(4)	
選項率	.29	.27	.23	.19	六年級
低分組	.35	.14	.15	.31	
高分組	.16	<u>.44</u>	.31	.06	
選項率	.22	.27	.31	.19	七年級
低分組	.35	.12	.18	.35	
高分組	.05	<u>.54</u>	.39	.03	

「 $7253564 \times 3.625 \times 25 = ?$ 」

那些算式能算出正確的答案：

① $7253564 \times 300 \div 4 + 7253564 \div 8 \times 125$

② $7253000 + 564 \div 8 \times 125 + 564 \times 3 \times 75$

③ $7253564 \times 75 + 7253564 \div 8 \times 75$

④ $7253564 \times 2900 \div 32$

$$7253564 \times 3.625 \times 25$$

$$= 7253564 \times (3 + 0.625) \times 25$$

$$= 7253564 \times 3 \times 25 + 7253564 \times 0.625 \times 25$$

$$= 7253564 \times 300 \div 4 + 7253564 \times 5 \div 8 \times 25$$

$$7253564 \times 3.625 \times 25$$

$$= 7253564 \times (29/8) \times 25$$

$$= 7253564 \times (29 \div 8 \times 25)$$

$$= 7253564 \times 29 \times (25 \times 4) \div (8 \times 4)$$

$$= 7253564 \times 2900 \div 32$$

六年級試題

請問下列哪個關係成正比？

- ① 甲和乙共有 200 元時，甲和乙錢數的關係
- ② 汽車時速 75 公里時，速率和時間的關係
- ③ 正方體表面積和體積的關係
- ④ 將十元硬幣堆疊成圓柱體時，硬幣的個數度的關係

	(1)	(2)	(3)	(4)	
選項率	.14	<u>.42</u>	.14	<u>.29</u>	六年級
低分組	.21	.37	.23	.16	
高分組	.05	<u>.45</u>	.05	.44	
選項率	.09	<u>.41</u>	.18	<u>.32</u>	七年級
低分組	.17	.48	.20	.15	
高分組	.02	<u>.27</u>	.16	.56	

正比 VS 反比 VS 比值

不同長度的竹竿和影子對應的長度表

竹竿長	50	60	70	80	90
影子長	25	30	35	40	45

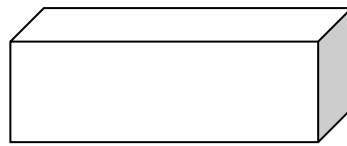
單位：公分

有哪些溝通竹竿和影子對應長度的方法？

- ①竹竿長度和對應影子長度同時改變，而它們的比值不變，稱竹竿長度和影子長度成正比。
- ②形如「 $y=kx$ 」的函數，稱之為成正比。
- ③函數的圖形是過原點的直線，稱之為成正比。

六年級試題

下圖為一個長方體，長方體有 6 個面，
有 12 條邊。長方體中，
與塗色的面互相垂直的面有甲個，
與塗色的面互相垂直的邊有乙條，
請問甲 + 乙 = ？



- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8

	(1)	(2)	(3)	(4)	
選項率	.10	.13	.06	.71	六年級
低分組	.11	.30	.13	.44	
高分組	.08	.01	.00	.90	
選項率	.08	.16	.06	.70	七年級
低分組	.11	.35	.13	.41	
高分組	.05	.03	.01	.92	

六年級試題

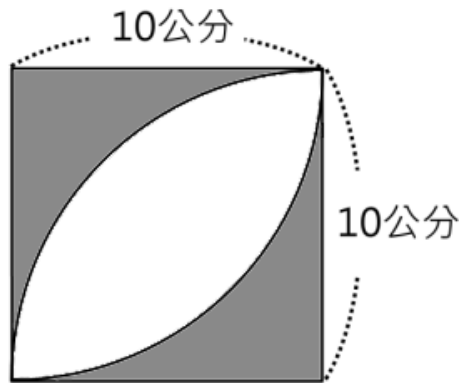
如圖，請問灰色部分面積是多少平方公分？
(圓周率 $=3.14$)

① 21.5

② 43

③ 50

④ 71.5



	(1)	(2)	(3)	(4)	
選項率	.17	.56	.14	.12	六年級
低分組	.27	.22	.24	.24	
高分組	.05	.88	.04	.02	
選項率	.23	.45	.16	.16	七年級
低分組	.32	.18	.23	.26	
高分組	.11	.78	.06	.05	

七年級試題

甲： $9 - 1\frac{1}{4} = 9 - 1 - \frac{1}{4}$

乙： $9 - 1\frac{1}{4} = 9 - 1 + \frac{1}{4}$

丙：數線上， $-1\frac{1}{4}$ 和 0 的距離是 $|-1 + \frac{1}{4}|$

丁：數線上， $-1\frac{1}{4}$ 和 0 的距離是 $|-1 - \frac{1}{4}|$

請問哪些人的說法正確？

- ① 甲和丙 ② 甲和丁 ③ 乙和丙 ④ 乙和丁

	(1)	(2)	(3)	(4)	
選項率	.15	.51	.21	.13	七年級
低分組	.21	.28	.37	.14	
高分組	.05	.87	.02	.06	
選項率	.14	.54	.20	.12	八年級
低分組	.22	.25	.40	.13	
高分組	.04	.88	.02	.06	

七年級試題

已知「 $23.57 \times 247 = 5821.79$ 」，

甲 $=13.57 \times 247$ ，乙 $=23.57 \times 147$ 。

請問甲和乙兩數相差多少？

- ①10 ②11.3 ③21.79 ④113

(1) (2) (3) (4)

選項率 .21 .13 .17 .48

低分組 .25 .22 .27 .25

高分組 .07 .04 .07 .82

七年級

選項率 .22 .12 .15 .51

低分組 .27 .22 .24 .27

高分組 .12 .04 .06 .78

八年級

$$518.49 \times 73.206 = 37956.57894$$

$$\text{甲} = 508.49 \times 73.206$$

$$= (518.49 - 10) \times 73.206$$

$$= 37956.57894 - 732.06$$

$$\text{乙} = 518.49 \times 63.206$$

$$= 518.49 \times (73.206 - 10)$$

$$= 37956.57894 - 5184.9$$

$$\text{甲} - \text{乙} = 5184.9 - 732.6 = 4452.84$$

七年級試題

甲說： $-2^4 = (-2)^4$

乙說： $-2^4 = -(2)^4$

丙說： $-(2^3)^4 = (-2^4)^3$

請問哪些人的說法正確？

①只有甲 ②只有乙 ③甲和丙 ④乙和丙

	(1)	(2)	(3)	(4)	
選項率	.22	.31	.27	.26	七年級
低分組	.33	.21	.30	.15	
高分組	.08	.44	.07	.41	
選項率	.35	.37	.14	.14	八年級
低分組	.48	.25	.19	.08	
高分組	.17	.52	.06	.24	

七年級試題

有一個四位數字 $xyzw$ ，

x 、 y 、 z 、 w 是 0 到 9 的整數， $x \neq 0$ ，

甲 $= x + y + z + w$ ，

乙 $= 1000x + 100y + 10z + w$ ，

丙 $= (10x + y) \times 100 + 10z + w$ ，

丁 $= 1000x + (10y + z) \times 10 + w$ ，

請問哪些算式的答案和這個四位數一樣大？

① 只有甲

② 只有乙

③ 只有乙、丙、丁

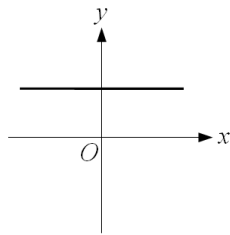
④ 甲、乙、丙、丁

	(1)	(2)	(3)	(4)	
選項率	.16	.27	.47	.09	七年級
低分組	.25	.25	.33	.16	
高分組	.04	.22	.74	.01	
選項率	.15	.20	.55	.09	八年級
低分組	.23	.26	.32	.18	
高分組	.03	.12	.82	.02	

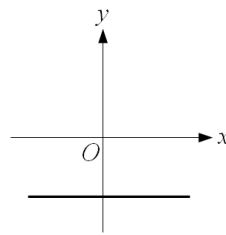
七年級試題

下列何者可能是二元一次方程式 $0x + 3y = -5$ 的圖形？

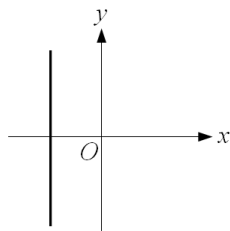
①



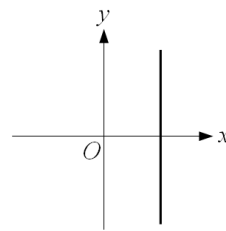
②



③



④



(1)

(2)

(3)

(4)

	(1)	(2)	(3)	(4)
選項率	.19	.58	.14	.09
低分組	.32	.25	.25	.18
高分組	.03	.93	.04	.01

七年級

八年級